Bibliographie.

Compositio Mathematica, Volumen 1, Fasciculus 1, Groningen, P. Noordhoff, 1934.

Nous venons de recevoir le premier fascicule d'un recueil nouveau, édité dans les Pays-Bas sous le titre ci-dessus et sous la direction de MM. BIEBERBACH, BROUWER, DE DONDER, JULIA et WILSON par un comité de rédaction composé de 47 géomètres des divers pays. Voici la liste des travaux imprimés dans le fascicule acteul: PAUL LÉVY, Sur la convergence absolue des séries de FOURIER; J. G. VAN DER CORPUT, Zur Methode der stationären Phase (erste Mitteilung: einfache Integrale); G. N. WATSON, Generating Functions of Class-Numbers; R. WAVRE, Sur les polydromies que présentent les potentiels newtoniens lorsqu'ils sont prolongés au travers des corps générateurs; GUSTAV DOETSCH, Summatorische Eigenschaften der Besselschen Funktionen und andere Funktionalrelationen, die mit der linearen Transformationsformel der Thetafunktion äquivalent sind; EINAR HILLE and J. D. TAMARKIN, A Remark on FOURIER Transforms and Functions Analytic in a Half-Plane; G. FUBINI, Sur la géometrie projective des réseaux plans; J. v. NEUMANN, Zum Haarschen Maß in topologischen Gruppen; T. LEVI-CIVITA, Terne di congruenze sopra una superficie ed estensione della trigonometria; G. BOURION, Sur les zéros des polynomes-sections d'une série de TAYLOR; A. KHINTCHINE, Eine Verschärfung des Poincaréschen „Wiederkehrsatzes"; L. S. BOSANQUET and A. C. OFFORD, Note on FOURIER Series; ALFRED LOEWY, Anschauliche Interpretation eines linearen homogenen Differentialsystems.

David Hilbert, Gesammelte Abhandlungen, erster Band: Zahlentheorie, XIV + 539 S., Berlin, J. Springer, 1932.

Die ganze mathematische Welt wird die Veranstaltung der Gesamtausgabe von Hilberts Werken mit Freude begrüßen, wegen ihrer grundlegenden Bedeutung für die Entwicklung der modernen Mathematik.

Der erste Band enthält Hilberts Werke über Zahlentheorie. Das Verzeichnis der in diesem Band abgedruckten Arbeiten möge hier stehen: 1. Über die Transzendenz der Zahlen e und π, 2. Zwei neue Beweise für die Zerlegbarkeit der Zahlen eines Körpers in Primideale, 3. Über die Zerlegung der Ideale eines Zahlkörpers in Primideale, 4. Grundzüge einer Theorie des Galoisschen Zahlkörpers, 5. Über den Dirichletschen biquadratischen Zahlkörper, 6. Ein neuer Beweis des Kroneckerschen Fundamentalsatzes über Abelsche Zahlkörper, 7. Die Theorie der algebraischen Zahlkörper (sog. Zahlbericht), 8. Über die Theorie der relativquadratischen Zahlkörper, 9. Über die Theorie des relativquadratischen Zahlkörpers, 10. Über die Theorie der relativ-Abelschen Zahlkörper, 11. Beweis für die Darstellbarkeit der ganzen Zahlen durch eine feste Anzahl n-ter Potenzen (Waringsches Problem).

In einem Anhang gibt H. HASSE einen Überblick über die Entwicklung der Zahlentheorie bis in unsere Tage und zeigt, in welchem Maße diese Entwicklung durch das Hilbertsche Programm gefördert wird. Aus diesem vorzüglichen Artikel seien hier die folgenden Zeilen angeführt:

„Hilberts Arbeiten zur algebraischen Zahlentheorie stehen nicht nur rein zeitlich, sondern auch inhaltlich betrachtet an der Wende zweier Jahrhunderte. Sie heben einerseits mit klarem, aufs Große gerichtetem Blick die den Arbeiten der Zahlentheoretiker des alten Jahrhunderts zugrunde liegenden Probleme in großer Allgemeinheit heraus, behandeln sie in dieser Allgemeinheit mit großenteils neuartigen Methoden, die den früheren an Eleganz und Einfachheit weit überlegen sind, und werden so andrerseits richtungsweisend für die im neuen Jahrhundert einsetzende Entwicklung, die in den von HILBERT überall mit wundernswerter Weitsicht vorgezeichneten Bahnen zu einer abschließenden Behandlung dieses Problemkreises geführt hat."

B. v. K.

Sonderausgaben aus den Sitzungsberichten der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Phys.-Math. Klasse, Berlin, Verlag der Akademie der Wissenschaften, in Kommision bei Walter de Gruyter & Co.

Seit mehreren Jahren sind die in den *Sitzungsberichten der Preußischen Akademie der Wissenschaften* erscheinenen Arbeiten auch einzeln käuflich. Nachstehend die Liste der bisher eingegangenen Sonderausgaben.

L. BIEBERBACH und I. SCHUR, Über die Minkowskische Reduktionstheorie der positiven quadratischen Formen. — W. SÜSS, Lokale Kennzeichnung der Ellipsoide unter den Affinsphären. — G. HOHEISEL, Nullstellenanzahl und Mittelwerte der Zetafunktion. — A. HEYTING, Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik. — A. HEYTING, Die formalen Regeln der intuitionistischen Mathematik (in zwei Mitteilungen). — L. BIEBERBACH, Bericht über das Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. — E. REMBS, Unverbiegbare offene Flächen. — G. DOETSCH, Sätze von Tauberschem Charakter im Gebiet der Laplace- und Stieltjes-Transformation. — R. BRAUER und I. SCHUR, Zum Irreduzibilitätsbegriff in der Theorie der Gruppen linearer homogener Substitutionen. — S. BOCHNER, Über eine Klasse singulärer Integralgleichungen. — M. SADOWSKY, Ein elementarer Beweis für die Existenz eines abwickelbaren Möbiusschen Bandes und Zurückführung des geometrischen Problems auf ein Variationsproblem. — I. SCHUR, Gleichungen ohne Affekt. — O. SZÁSZ, Über einen Satz von HARDY und LITTLEWOOD. — A. WINTERNITZ, Über die affine Grundlage der Metrik eines Variationsproblems. — P. KOEBE, Riemannsche Mannigfaltigkeiten und nichteuklidische Raumformen, sechste Mitteilung: Elementarsynthese der allgemeinen singularitätenbehafteten Raumformen endlicher Signatur. — F. LÖBELL, Einige Eigenschaften der Geraden in gewissen Clifford-Kleinschen Räumen. —

G. Hoheisel, Primzahlprobleme in der Analysis. — A. Brauer, Über Sequenzen von Potenzresten II. — W. Süss, Die Isoperimetrie der mehrdimensionalen Kugel. — A. Scholz, Die Abgrenzungssätze für Kreiskörper und Klassenkörper. — W. Fenchel, Bemerkungen über die im Einheitskreis meromorphen schlichten Funktionen. — A. Hammerstein, Über Entwicklungen nach orthogonalen Funktionen eines unendlichen Intervalls. — A. Korn, Über Reihenentwicklungen nach Besselschen Funktionen. — P. Koebe, Riemannsche Mannigfaltigkeiten und nichteuklidische Raumformen, siebente Mitteilung: Singularitätenbehaftete Absolutmessung Riemannscher Mannigfaltigkeiten; Kontinuitätsmethode. — J. E. Hofmann und H. Wieleitner, Die Differenzenrechung bei Leibnitz (mit Zusätzen von D. Mahnke). — W. Mayer, Beitrag zur Differentialgeometrie l-dimensionaler Mannigfaltigkeiten, die in euklidischen Räumen eingebettet sind. — G. Hoheisel, Kurvenfelder bei Differentialgleichungen erster Ordnung. — N. Wiener und E. Hopf, Über eine Klasse singulärer Integralgleichungen. — H. Freudnthal, Über dimensionserhöhende stetige Abbildungen. — E. Hopf, Über lineare Gruppen unitärer Operatoren im Zusammenhange mit den Bewegungen dynamischer Systeme. — P. Koebe, Riemannsche Mannigfaltigkeiten und nichteuklidische Raumformen, achte Mitteilung: Erweiterung der Aufbautheorie und der Metrisierungstheorie; Konvexformen und Konkavformen. — E. Schmidt, Über den Millouxschen Satz. — W. Feller, Allgemeine Maßtheorie und Lebesguesche Integration. — H. Reichenbach, Wahrscheinlichkeitslogik. — E. Landau, Über den Wienerschen neuen Weg zum Primzahlsatz. — H. Grötzsch, Über zwei Verschiebungsprobleme der konformen Abbildung. — S. Bochner, Umkehrsätze für allgemeine Limitierungsverfahren. — C. Carathéodory, Die Kurven mit beschränkten Biegungen. — I. Schur, Ein Beitrag zur elementaren Zahlentheorie. — D. Fog, Über den Vierscheitelsatz und seine Verallgemeinerungen. — A. Hammerstein, Über die Approximation von Funktionen zweier komplexer Veränderlicher durch Polynome. — T. Levi-Civita, Diracsche und Schrödingersche Gleichungen. — F. Behrend, Über numeri abundantes II. — S. Bochner, Spektralzerlegung linearer Scharen unitärer Operatoren. — B. Neumann, Über ein gruppentheoretisch-arithmetisches Problem. — L. Bieberbach, Beispiel zweier ganzer Funktionen zweier komplexer Variabeln, welche eine schlichte volumtreue Abbildung des R_4 auf einen Teil seiner selbst vermitteln. — H. Grötzsch, Die Werte des Doppelverhältnisses bei schlichter konformer Abbildung. — R. Rado, Verallgemeinerung eines Satzes von van der Waerden mit Anwendungen auf ein Problem der Zahlentheorie. — I. Schur, Zur Theorie der einfach transitiven Permutationsgruppen. — H. Grötzsch, Über die Geometrie der schlichten konformen Abbildung (in zwei Mitteilungen). — G. Hoheisel, Methodische Bemerkungen zur Theorie der linearen Integralgleichungen. — W. Hurewicz, Über Abbildungen von endlichdimensionalen Räumen auf Teilmengen cartesischer Räume. — H. Seifert, Verschlingungsinvarianten. — H. Davenport, Über numeri abundantes. — G. Aumann, Satz über das Verhalten von Polynomen auf Kontinuen.

Gerhard Kowalewski, Interpolation und genäherte Quadratur, eine Ergänzung zu den Lehrbüchern der Differential- und Integralrechnung, V + 146 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1932.

„Interpolation und genäherte Quadratur sind zwei große und wichtige Probleme, die den reinen und anwendenden Mathematiker in gleichem Maße interessieren." . . . „Es hat sich der Gebrauch eingebürgert, Interpolation und genäherte Quadratur im Rahmen der Differenzenrechnung zu behandeln. Daher findet man in den großen Darstellungen der Differential- und Integralrechnung nur kurze Andeutungen darüber." . . . „Ich löse die beiden Probleme ganz aus der Differenzenrechnung heraus und bringe die Ergebnisse auf eine neue Form, wodurch vor allem genauere Fehlerschätzungen ermöglicht werden." (Aus dem Vorwort.)

Das Buch behandelt, im Sinne des obigen Programms, die Newton-Lagrangesche Interpolationsformel sowie deren Grenzfälle bei Zusammenrücken der Interpolationsstellen, insbesondere das Taylorsche Theorem; ferner gewisse Quadraturformeln wie Trapezregel, Simpsonsche und Maclaurinsche Regel, Newtons „Lieblingsformel" und die allgemeine Newton-Cotessche Quadraturformel; schließlich die Euler-Maclaurinschen und Booleschen Entwicklungssätze nebst deren Anwendungen zur Herleitung von Quadraturformeln. Die Darstellung ist leicht verständlich; außer der Differential- und Integralrechnung werden nur die ersten Elemente der Integralgleichungstheorie vorausgesetzt. Es wird großes Gewicht auf die Integraldarstellungen und ϑ-Darstellungen („Einschließungssätze") der Fehlerglieder gelegt; manche dieser Darstellungen sind neu.

Man sucht aber im Buche vergebens eine Erörterung der Frage, ob die Interpolationspolynome bei unbegrenzter Verdichtung der Koinzidenzpunkte zur interpolierten Funktion konvergieren, und der entsprechenden Frage bei genäherter Quadratur. Man findet nur die kurze Andeutung: „Das so gewonnene Resultat" (die man erhält, wenn die Funktion bei gewissen Operationen durch das Interpolationspolynom ersetzt wird) „wird dann, so gesagt das mathematische Gefühl, von dem eigentlich gewünschten um so weniger abweichen, je enger sich das Polynom an die betrachtete Funktion anschließt, je zahlreicher und dichter die Koinzidenzen erscheinen. Liegen sie sehr dicht, so wird unser Auge die Bildkurve der Funktion und die Bildkurve des Polynoms überhaupt nicht mehr voneinander trennen können." (Auch dann nicht, wenn das Polynom zwischen den Koinzidenzpunkten wellenmäßig auf- und absteigt?) Diese Andeutung ist geeignet, die irrige Ansicht zu erwecken, die Konvergenzfragen seien immer in bejahendem Sinne zu beantworten. Dies stimmt bekanntlich nicht; und es handelt sich dabei nicht um pathologische Gegenbeispiele, die mit der Praxis nicht zu tun haben, die nur der finden kann, der unbedingt ein Gegenbeispiel sucht; seit mehreren Jahrzehnten weiß man vielmehr, auf Grund wichtiger Untersuchungen des führenden Forschers der angewandten Mathematik C. RUNGE, daß auch bei einer im Grundintervall regulären analytischen Funktion und bei äquidistanten Verteilung der Koinzidenzpunkte in einem Teil des Intervalles Divergenz stattfinden kann. (Ähnlich steht die Sache bei den „Elementarfällen" von Quadraturformeln; teilt man aber das Intervall und wendet sie für die Teilintervalle an, so konvergiert — unter naheliegenden Bedingungen — die Summe der Quadraturwerte bei unbegrenzter Verfeinerung der Teilung tatsächlich gegen den Integralwert.) Es handelt sich hierbei um einen Umstand, worum auch der Praktiker nicht uninteressiert ist. Es kommt zwar in der Praxis nie auf beliebig kleine Epsilons hinaus, so daß der Praktiker nur eine gute Fehlerabschätzung, nicht aber einen reinen Konvergenzbeweis verwenden kann. Aber auch der Praktiker will oft wissen, ob die gewählte Interpolationsmethode auch dann brauchbar bleibt, falls der Genauigkeit stärkere Ansprüche gestellt werden; diese Frage kann nur durch einen Konvergenzbeweis vollkommen beruhigend erledigt werden.

Eine schöne Probe für die Brauchbarkeit der Kowalewskischen Fehlerformeln würde sein, in der zweiten Auflage zu zeigen, wie sie sich auch bei Konvergenzuntersuchungen bewähren.

L. Kalmár.

P. W. Bridgman, Theorie der physikalischen Dimensionen, Ähnlichkeitsbetrachtungen in der Physik, deutsch von H. Holl, VI + 117 S, Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1932.

In einem einleitenden Kapitel werden Beispiele — unter ihnen die bekannte Herleitung der Formel der Schwingungsdauer des einfachen Pendels aus Ähnlichkeitsbetrachtungen — behandelt, die dem Anfänger die Notwendigkeit und Benützbarkeit einer Dimensionsanalysis klarstellen und auf die hier auftauchenden Fragen hinzeigen.

Im Kapitel II wird die Definition der Grundgröße gegeben und dann aus dem Grundpostulat, daß die relativen Größen eine absolute Bedeutung besitzen sollen, hergeleitet, daß die Dimensionsformel, d. h. die Dimension einer abgeleiteten Größe immer die Form: eine Konstante multipliziert mit irgendwelchen Potenzen der Grundgrößen hat. Die Dimensionen einer Größe sind also keine absoluten Dinge, sondern sie sind verschieden je nach dem man das System der Grundgrößen, das Maßsystem, gewählt hat. Im Kapitel III wird dann die Verwendung der Dimensionsformeln beim Übergang zu neuen Einheiten besprochen.

Kapitel IV ist der Behandlung des Π-Theorems gewidmet, dessen Brauchbarkeit bei der Behandlung der Dimensionskonstanten und der Zahl der Grundeinheiten (Kapitel V) zum Ausdruck kommt.

In den folgenden Kapiteln (VI—VIII.) werden verschiedene Beispiele zur Dimensionsanalysis sowie Anwendungen auf Modellversuche in der Technik und in der theoretischen Physik ausführlich behandelt, die das Verständnis erleichtern und das Buch zu einer spannenden und lehrhaften Lektüre machen. Am Ende wird eine Sammlung von Aufgaben beigefügt, deren Ausarbeitung einem jeden zu raten ist, und in einem Anhang werden die Dimensionen der am häfigsten vorkommenden Größen zusammengestellt. Ein Sach- und Namenverzeichnis erhöht die Brauchbarkeit des Buches.

Möge das Buch im interessierten physikalischen Leserkreis einen so großen Beifall finden, wie es verdient.

F. Bukovszky.

Ludwig Bieberbach, Differentialgeometrie (Teubners math. Leitfäden, Band 31), VI + 140 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1932.

Das Büchlein gibt eine vorzügliche Einführung in die Differentialgeometrie der Kurven und Flächen. Es ist bemerkenswert, wie reicher Stoff in dem kleinen Buch in ausführlicher und leicht verständlicher Darstellung geboten wird. Eine konsequent angewendete Bezeichnungsweise, die bereits in der „Analytischen Geometrie" des Verfassers benutzt wurde, macht die Betrachtungen und die Formeln übersichtlich. Eine sehr geschickt zusammengestelle Formelsammlung befindet sich am Schluß. — Das Buch ist für ein erstes und doch gründliches Studium der Differentialgeometrie jedem Student der Mathematik aufs Wärmste zu empfehlen.

B. v. K.

Julio Rey Pastor, Teoría geométrica de la polaridad en las figuras de primera y segunda categoria, VIII + 294 pp., Madrid, Talleres Voluntad, 1929.

Dans le volume présent, oeuvre couronnée par l'Académie des Sciences à Madrid en 1912, l'auteur expose la théorie de la polarité dans l'esprit de la géometrie projective classique.

B. de K.